

2025년도 공인회계사 2차 기출문제 및 풀이

(문제와 풀이가 교차되어 기재되어 있습니다.)

나무경영아카데미 CPA 윤태주

문제 1 (20점)

※ (물음 1) ~ (물음 4)는 독립적이다.

물음 1

친환경비료를 생산하는 기업 A는 생산비용 절감을 위해 사용 중인 구형 기계를 신형 기계로 현재 시점($t=0$)에서 교체하고자 한다. 아래 자료를 이용하여 기업 A가 신형 기계에 대해 지급할 수 있는 최고 가격을 구하시오. 단, $PVIFA(10\%, 5년) = 3.7908$, $PVIFA(10\%, 10년) = 6.1446$, $PVIF(10\%, 5년) = 0.6209$, $PVIF(10\%, 10년) = 0.3855$ 이다. 계산결과는 소수점 아래 첫째 자리에서 반올림하여 원 단위로 표시한다.

- (1) 5년 전 6,000원을 지급하고 구입한 구형 기계는 내용연수가 10년이고 정액법으로 완전상각되며, 10년 후 매각가치는 없다.
- (2) 신형 기계를 구입하는 경우, 구형 기계는 판매업체에게 4,000원에 매각할 예정이다.
- (3) 구형 기계 대신 신형 기계를 활용함으로써 매출액과 운전자본에서의 변화는 없으나, 생산비용은 매년 1,000원 절감될 것으로 예측된다.
- (4) 내용연수가 5년인 신형 기계는 정액법으로 완전상각할 계획이고, 5년 후 600원에 매각할 수 있다.
- (5) 현재 기업 A에 적용되는 법인세율은 25%이며, 요구수익률은 10%이고, 인플레이션은 없다고 가정한다.

해답 1

(기계장치 NPV) 신형 기계로 인한 현금흐름(기계 구입, 생산비용 절감, 절세효과, 구 기계 매각)을 연도별로 잘 반영한다.

현금흐름(세후)	t=0	t=1~5	t=5
구형 기계 매각	+4,000		
(매각시 세금)	$-(4,000 - 3,000) \times 25\% = -250$		
(기회비용) 구형 기계 감가상각비 절세효과		$-6,000 \times \frac{1}{10} \times 25\% = -150$	
신형 기계 구입	$-x$		
감가상각비 절세효과		$\frac{x}{5} \times 25\% = 0.05x$	
생산비용 이익		$1,000 \times (1 - 25\%) = 750$	
신형 기계 매각			$600 \times (1 - 25\%) = 450$
합계	$3,750 - x$	$600 + 0.05x$	450

$$(3,750 - x) + (600 + 0.05x) \times PVIFA(10\%, 5y) + 450 \times PVIF(10\%, 5y) \geq 0$$

$$3,750 - x + 2,274.48 + 0.18954x + 279.405 \geq 0$$

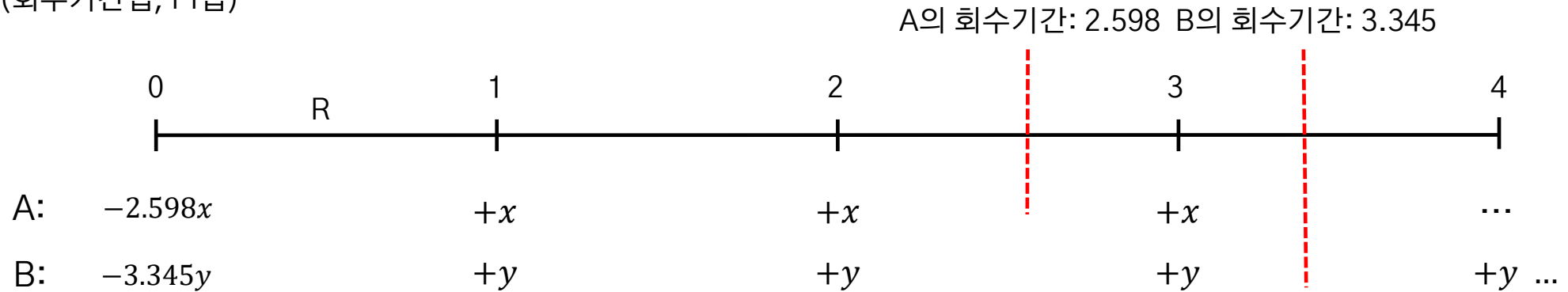
$$6,303.885 \geq 0.81046x \quad \therefore x \leq 7,778.16$$

지급할 수 있는 최고 가격은 7,778원이다.

물음 2

(주)가나는 할인율이 동일한 투자안 A와 B를 평가하고자 한다. 두 투자안은 모두 투자자금을 투자시작 시점인 현재($t=0$) 전액 투자한다. 두 투자안으로부터 매년 발생하는 현금유입 규모는 서로 동일하며, 두 투자안 모두 현금유입은 내년 말($t=1$)부터 일정한 금액이 영구히 발생한다고 가정한다. 투자안 A의 회수기간과 할인회수기간은 각각 2.598년과 3년이고, 투자안 B의 회수기간과 할인회수기간은 각각 3.345년과 4년이다. 두 투자안에 적용되는 할인율과 두 투자안의 수익성지수(PI)를 각각 구하시오. 계산결과는 할인율의 경우 % 단위로 소수점 아래 셋째 자리에서 반올림하여 둘째 자리까지 표시하고, 수익성지수는 소수점 아래 셋째 자리에서 반올림하여 둘째 자리까지 표시한다.

해답 2 (회수기간법, PI법)



A: 1) A의 회수기간에 따라, A의 투자금액 = $2.598 \times x$

2) A의 할인회수기간이 3년이므로, $PVIFA(R, 3) \times x = 2.598 \times x \rightarrow PVIFA(R, 3) = 2.598$

B: 1) B의 회수기간에 따라, B의 투자금액 = $3.345 \times y$

2) B의 할인회수기간이 4년이므로, $PVIFA(R, 4) \times y = 3.345 \times y \rightarrow PVIFA(R, 4) = 3.345$

$$PVIFA(R, 4) - PVIFA(R, 3) = PVIF(R, 4) = \frac{1}{(1+R)^4} \rightarrow 3.345 - 2.598 = \frac{1}{(1+R)^4} \rightarrow (1+R)^4 = 1.3387$$

(4년 지급 연금의 현가에서 3년 지급 연금의 현가를 차감하면, 4년 말 현금흐름의 현가만 남음)

$$\therefore 1 + R = 1.0756, R = 7.56\%$$

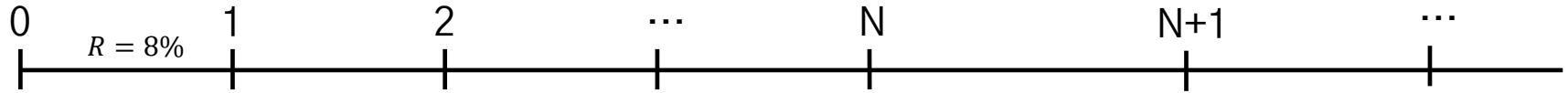
$$PI_A = \frac{PV(CF_{in})}{CF_{out}} = \frac{\frac{x}{7.56\%}}{2.598 \times x} = \frac{1}{2.598 \times 0.0756} = 5.09, \quad PI_B = \frac{PV(CF_{in})}{CF_{out}} = \frac{\frac{y}{7.56\%}}{3.345 \times y} = \frac{1}{3.345 \times 0.0756} = 3.95$$

물음 3

기업 B는 신규 투자안으로 푸드트럭을 제작하는 공장을 건설하려고 한다. 이 푸드트럭 제조 공장의 건설비용은 250만원이며, 즉시 건설이 가능하다. 공장 건설 1년 후($t=1$)부터 매년 100만원의 수익이 발생한다. 유지보수 비용 등을 포함한 각종 비용은 1년 후($t=1$) 연간 50만원이 소요되며, 그 후 공장의 노후화로 인해 매년 3%씩 증가할 것으로 예상된다. 모든 수익과 비용은 매년 말 발생하며, 그 외 현금흐름에 영향을 미치는 요인은 고려하지 않는다. 신규 투자안의 NPV가 0보다 크기 위해서 기업 B는 최소 몇 년 동안 이 공장을 운영해야 하는지 구하시오. 아래 표에 제시된 로그함수($\log(x)$)의 값을 이용할 수 있다. 단, 신규 투자안에 대한 할인율은 8%이다. 계산결과는 소수점 아래 첫째 자리에서 올림하여 정수로 표시한다.

x	$\log(x)$
0.95	(-)0.0223
1.03	0.0128
1.08	0.0334
1.13	0.0531
1.18	0.0719
1.21	0.0828
1.25	0.0969

해답 3 (화폐의 시간가치)



A: 건설비용 -250

B: 매년 수익 100 100 100

C1: 비용(성장형 영구연금) -50 $-50 \times (1 + 0.03)$ $-50 \times 1.03^{N-1}$ -50×1.03^N
 $(g = 3\%)$

C2: 비용(N+1년 이후 성장형 영구연금) -50×1.03^N

$NPV = A + PV(B) + (PV(C1) - PV(C2)) > 0$ 이 되도록 하는 N 을 찾는 것이 목표.

$$A = -250$$

$$B = 100 \times \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R} \frac{1}{(1+R)^N} \right) = 100 \times \left(\frac{1}{0.08} - \frac{1}{0.08} \frac{1}{1.08^N} \right) = 1,250 - \frac{1,250}{1.08^N}$$

$$C1 = \frac{-50}{R - g} = \frac{-50}{0.08 - 0.03} = -1,000$$

$$C2 = \frac{-50 \times (1+g)^N}{R - g} \times \frac{1}{(1+R)^N} = \frac{-50 \times 1.03^N}{0.05} \times \frac{1}{1.08^N} = -1,000 \times \left(\frac{1.03}{1.08} \right)^N$$

해답 3 (cont.)

$$NPV = -250 + 1,250 - \frac{1,250}{1.08^N} + (-1,000 - \left(-1,000 \times \left(\frac{1.03}{1.08}\right)^N\right))$$

$$= -\frac{1,250}{1.08^N} + 1,000 \times \left(\frac{1.03}{1.08}\right)^N > 0$$

$$1,000 \times \left(\frac{1.03}{1.08}\right)^N > \frac{1,250}{1.08^N}$$

$$\left(\frac{1.03}{1.08}\right)^N \times 1.08^N > \frac{1,250}{1,000} = 1.25$$

$$\therefore 1.03^N > 1.25$$

$$N \times \log 1.03 > \log 1.25$$

$$N > \frac{\log 1.25}{\log 1.03} = \frac{0.0969}{0.0128} = 7.5703$$

N 은 연도이므로, 위의 조건을 만족하는 가장 작은 정수 N 은 8. $\therefore$ 8년

x	log(x)
0.95	(-)0.0223
1.03	0.0128
1.08	0.0334
1.13	0.0531
1.18	0.0719
1.21	0.0828
1.25	0.0969

물음 4

투자안의 경제성 분석방법 중 내부수익률법은 독립적인 투자안의 경우 내부수익률이 자본비용보다 높을 때 경제성이 있다고 판단한다. 이러한 판단기준에 내재된 의미를 세 줄 이내로 설명하시오.

해답 4

투자안의 내부수익률이 자본비용보다 높다는 것은 경제적 관점에서 해당 투자로부터 얻는 수익이 자본을 조달하는 데 드는 비용을 초과한다는 의미임. 이는 투자안이 기업의 자본비용 이상의 가치를 창출하여 기업가치를 증가시킨다는 것이며, 따라서 주주의 부를 증가시킬 수 있는 투자안이라는 것을 의미함.

문제 2 (15점)

(흡수합병(Merger))

무부채기업 (주)갑을은 또 다른 무부채기업 (주)병정을 흡수합병 하고자 한다. 현재 독립된 기업인 (주)갑을 및 (주)병정의 기업가치는 각각 200억원 및 50억원이다. (주)갑을이 (주)병정을 합병할 경우 마케팅 비용 등 판매관리비가 매년 2.5억원씩 영구히 감소할 것으로 예상된다. 합병대가를 지급하는 방안으로 다음과 같은 방법을 고려하고 있다.

(1) (주)갑을이 (주)병정에 총 65억원의 현금을 지급하는 방법

(2) (주)갑을이 (주)병정의 주주들에게 (주)갑을의 주식을 교부하는 방법

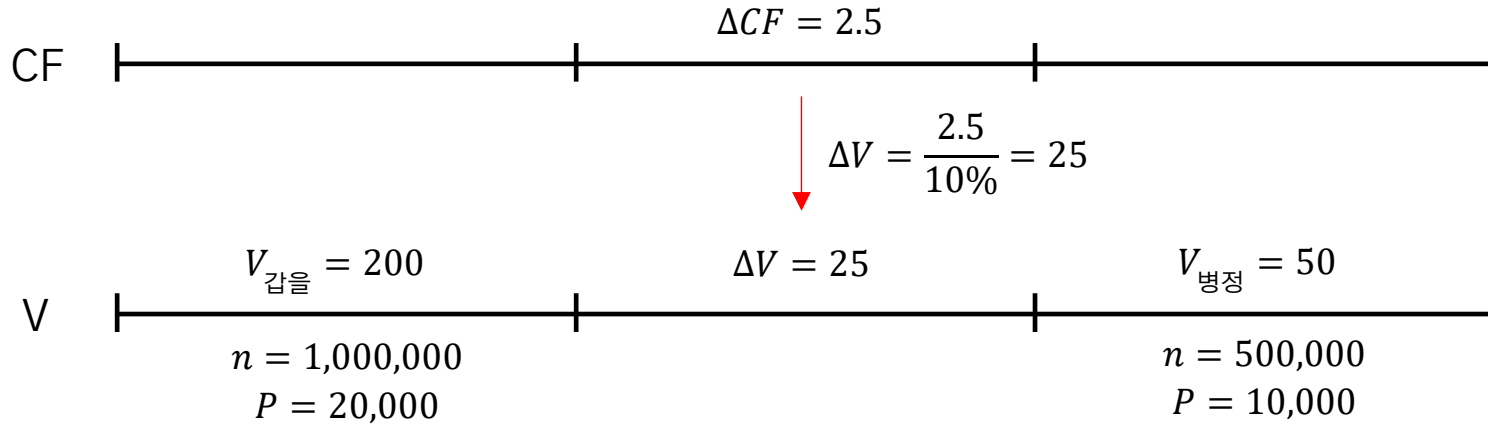
(주)갑을과 (주)병정의 주가와 주식 수는 아래 표와 같다. 단, 할인율은 10%이며, 법인세는 없다. 계산결과는 금액의 경우 억원 단위로 소수점 아래 셋째 자리에서 반올림하여 둘째 자리까지 표시하고, 주식 수는 소수점 아래 첫째 자리에서 올림하여 정수로 표시한다.

구분	(주)갑을	(주)병정
주가	20,000원	10,000원
주식 수	1,000,000주	500,000주

물음 1 (주)갑을이 (주)병정의 주주에게 현금으로 합병대가를 지급할 경우 (주)병정 주주의 이득을 구하시오.

(흡수합병의 구조)

(단위: 억원)



해답 1 (주)병정의 주주는 50억원 가치의 주식을 대가로, 65억원의 현금을 지급받는다.

(주)병정 주주의 이익 = $CF_0 - V_{\text{병정}} = 65 - 50 = 15$ (억원)

물음 2 (물음 1)에서와 같이 합병대가를 현금으로 지급할 때 합병의 NPV를 구하시오.

해답 2 합병으로 인한 시너지는 총 25억원, 그 중 15억원이 (주)병정 주주에게 이동하였다.

$$NPV = \frac{2.5}{10\%} - (65 - 50) = 25 - 15 = 10(\text{억원})$$

물음 3

(주)갑을이 (주)병정의 주주에게 합병대가로 자사의 주식 325,000주를 교부할 경우, (주)병정 주주의 이득을 구하시오.

해답 3

총 기업가치는 $200 + 25 + 50 = 275$ 억원이며, 이 중 (주)병정의 주주에게 교부된 주식의 지분율을 반영한다.

$$V_{\text{합병}} = 200 + 25 + 50 = 275$$

$$\text{(주)병정 주주가 받은 대가: } 275 \times \frac{325,000}{1,000,000 + 325,000} = 67.45$$

$$\therefore 67.45 - 50 = 17.45(\text{억원})$$

물음 4

(물음 3)에서와 같이 (주)갑을이 합병대가로 주식을 교부할 때 합병의 NPV를 구하시오. 현금지급과 주식교부 중 어떠한 방법이 (주)갑을에 더 유리한지 세 줄 이내로 설명하시오.

해답 4

$$NPV = 25 - 17.45 = 7.55(\text{억원})$$

(주)갑을의 입장에서는 (주)병정 주주에게 현금을 지급할 경우(10억원) 주식을 교부할 경우(7.55억원)보다 NPV가 크게 증가하므로, 기업가치의 극대화 관점에서 현금지급이 유리하다.

물음 5

합병대가로 (주)병정의 주주들에게 (주)갑을의 주식을 교부할 때, (주)병정의 주주들이 받아들일 수 있는 최소한의 주식 수 및 (주)갑을의 주주들이 제공할 수 있는 최대한의 주식 수를 구하시오.

해답 5

(주)갑을의 경우, NPV가 0보다 큰 경우에만 합병을 받아들일 것이므로, (주)병정 주주에게 75억원까지 지급 가능하다.

$$275 \times \frac{n}{1,000,000 + n} \leq 75 \quad 200n \leq 75,000,000$$
$$\therefore n \leq 375,000$$

(주)병정 주주의 경우, 교부받는 주식의 총 합계가 (주)병정의 가치(50억)보다 커야 합병을 받아들인다.

$$275 \times \frac{n}{1,000,000 + n} \geq 50 \quad 225n \geq 50,000,000$$
$$\therefore n \geq 222,222.22$$

→ 222,223주 이상, 375,000주 이하

문제 3 (10점)

(MM 이후)

최초 투자를 고려하고 있는 (주)다라는 서로 배타적인 두 투자안 A, B 중 하나를 선택하는 투자 의사결정에 직면해 있다. 두 투자안의 초기 투자금액은 5,000만원으로 동일하며, 1년 후 경기 상황에 따른 투자안 A 및 투자안 B의 현금흐름은 아래 표와 같다. 단, (주)다라의 부채는 3,000만원이고, 부채에 대한 이자율은 0%로 가정한다. 계산결과는 소수점 아래 둘째 자리에서 반올림하여 첫째 자리까지 표시한다.

경기 상황	확률	현금흐름	
		투자안 A	투자안 B
불황	0.5	6,000만원	2,000만원
호황	0.5	8,000만원	12,000만원

물음 1

투자안 A와 투자안 B 각각에 대하여, 주주 부의 기댓값과 채권자 부의 기댓값을 구하시오. 이때 두 투자안 중 하나를 채택함으로써 1년 후 주주에게 이전되는 채권자 부의 크기를 구하시오.

해답 1

(A안)	상황별 현금흐름		기대현금흐름	투자금액	NPV
	호황(50%)	불황(50%)			
기업	8,000	6,000	7,000	5,000	2,000
채권자	3,000	3,000	3,000	3,000	0
주주	5,000	3,000	4,000	2,000	2,000

(투자안 A) 주주 부의 기댓값: $\frac{(8,000-3,000)+(6,000-3,000)}{2} = 4,000$, 채권자 부의 기댓값: 3,000 (채무불이행 없음)

(B안)	상황별 현금흐름		기대현금흐름	투자금액	NPV
	호황(50%)	불황(50%)			
기업	12,000	2,000	7,000	5,000	2,000
채권자	3,000	2,000	2,500	3,000	-500
주주	9,000	0	4,500	2,000	2,500

500 이동

(투자안 B) 주주 부의 기댓값: $\frac{(12,000-3,000)+(2,000-2,000)}{2} = 4,500$ 채권자 부의 기댓값: $\frac{3,000+2,000}{2} = 2,500$

주주는 부의 기댓값이 더 높은 투자안 B를 선택할 것이며, 그로 인해 채권자의 부 중 500만원이 주주에게 이동한다.

이전되는 채권자 부의 크기 = 500만원

물음 2

투자안 A의 기대수익률과 수익률의 표준편차 및 투자안 B의 기대수익률과 수익률의 표준편차를 각각 구한 후, 각 투자안의 변동계수(Coefficient of Variation)를 구하시오. 단, 변동계수는 기대수익률 1단위당 위험의 크기이다.

해답 2

$$CoV = \frac{\sigma_i}{E(R_i)}$$

투자안	호황(50%)	불황(50%)
A	$\frac{8,000}{5,000} - 1 = 60\%$	$\frac{6,000}{5,000} - 1 = 20\%$
B	$\frac{12,000}{5,000} - 1 = 140\%$	$\frac{2,000}{5,000} - 1 = -60\%$

$$E(R_A) = 60\% \times 0.5 + 20\% \times 0.5 = 40\%$$

$$E(R_B) = 140\% \times 0.5 + (-60\%) \times 0.5 = 40\%$$

$$\sigma_A^2 = E(R_A^2) - E(R_A)^2 = (0.6^2 \times 0.5 + 0.2^2 \times 0.5) - 0.4^2 = 0.04$$

$$\sigma_A = \sqrt{0.04} = 0.2$$

$$\sigma_B^2 = E(R_B^2) - E(R_B)^2 = (1.4^2 \times 0.5 + (-0.6)^2 \times 0.5) - 0.4^2 = 1$$

$$\sigma_B = \sqrt{1} = 1$$

$$\therefore CoV_A = \frac{\sigma_A}{E(R_A)} = \frac{0.2}{0.4} = 0.5$$

$$\therefore CoV_B = \frac{\sigma_B}{E(R_B)} = \frac{1}{0.4} = 2.5$$

물음 3

(물음 1)과 (물음 2)의 결과를 바탕으로 주주 부 극대화 관점에서의 의사결정과 변동계수 기반의 의사결정이 일치하는지 판단하고, 그 이유를 세 줄 이내로 설명하시오.

해답 3

일치하지 않는다. 주주 부 극대화 관점에서는 채권자에게 손실을 전가할 수 있는 상황이라 하더라도 주주의 이익만을 고려하여 의사결정하는 반면, 변동계수 기반 접근법에서는 기업 전체의 위험을 기준으로 의사결정하기 때문이다.

문제 4 (15점)

(CAPM, 효용이론)

투자자 갑과 투자자 을의 효용은 아래와 같이 각각 향후 1년간 투자 수익률 또는 1년 후 부에 의해 결정된다.

<투자자 갑의 효용>

$$U(E[r], \sigma) = E(r) - 5\sigma^2$$

* $E[r]$ 은 포트폴리오의 기대수익률

* σ 는 포트폴리오 수익률의 표준편차

<투자자 을의 효용>

$$E[u(W)] = E\left[-\frac{1}{W}\right], W > 0$$

* W 는 시장 상황별 1년 후의 부이며, 단위는 억원

* $E[X]$ 는 확률변수 X 의 기댓값

※ (물음 1) ~ (물음 4)는 독립적이다. 단, (물음 1)과 (물음 2)는 다음 정보를 활용하시오.

무위험이자율은 연 20%이고, 주식 S의 기대수익률은 50%이며 수익률의 표준편차는 40%이다. 주식 S의 향후 1년 수익률에 대한 분포는 아래 표와 같다.

시장 상황	확률	주식 S 수익률
호황	80%	70%
불황	20%	(-)30%

물음 1 투자자 갑이 주식 S와 무위험자산에만 투자할 수 있을 때, 주식 S에 대한 최적 투자 비율을 구하시오.

해답 1 (갑의 효용함수: 위험-분산 기준, $MRS = CAL$ 의 기울기)

$$E[R_p] = 5\sigma_p^2 + U, \quad \frac{\partial E[R_p]}{\partial \sigma} = 10\sigma_p$$

$$CAL: E[R_p] = R_f + \frac{E(R_S) - R_f}{\sigma_S} \times \sigma_p \rightarrow CAL \text{의 기울기(샤프지수)} = \frac{50\% - 20\%}{40\%} = 0.75$$

$$\therefore 10\sigma_p = 0.75, \sigma_p = 0.075$$

$$\sigma_p = w_S \sigma_S, \quad 0.075 = w_S \times 0.4$$

$$\rightarrow \therefore w_S = \frac{0.075}{0.4} = 0.1875 \text{ (18.75\%)}$$

물음 2

투자자 을이 주식 S와 무위험자산에만 투자할 수 있을 때, 주식 S에 대한 최적 투자 비율을 구하시오.

해답 2

을의 경우, 상황별 부 → 효용을 구한 뒤 기대효용을 구해야 한다.

을이 W_0 의 부를 보유한 상황에서 S를 w_S 만큼 투자하고, 무위험자산에 $1 - w_S$ 만큼 투자했을 때

1년 뒤 호황인 경우 을의 부(W_1): $W_0 \times (w_S \times (1 + 70\%) + (1 - w_S) \times (1 + 20\%)) = W_0(0.5w_S + 1.2)$

1년 뒤 불황인 경우 을의 부(W_2): $W_0 \times (w_S \times (1 - 30\%) + (1 - w_S) \times (1 + 20\%)) = W_0(-0.5w_S + 1.2)$

1년 뒤 을의 기대효용: $E\left[-\frac{1}{W}\right] = -\frac{1}{W_0(0.5w_S + 1.2)} \times 0.8 - \frac{1}{W_0(-0.5w_S + 1.2)} \times 0.2$

기대효용은 w_S 에 따라 변하며, 기대효용이 극대화되는 점을 찾기 위해서는 w_S 로 기대효용을 미분한 뒤 0이 되는 w_S 를 찾는다.

$$\frac{dE\left[-\frac{1}{W}\right]}{dw_S} = \frac{0.8 \times 0.5}{W_0(0.5w_S + 1.2)^2} - \frac{0.2 \times 0.5}{W_0(-0.5w_S + 1.2)^2} = 0$$

$$\frac{4}{(0.5w_S + 1.2)^2} = \frac{1}{(-0.5w_S + 1.2)^2}$$

$$\frac{2}{0.5w_S + 1.2} = \frac{1}{-0.5w_S + 1.2}$$

$$0.5w_S + 1.2 = -w_S + 2.4, \quad \therefore w_S = \frac{1.2}{1.5} = 80\%$$

(참고: $w_S \geq 2.4$ 인 답은 불가능함. 문제 조건에 따라 을의 효용함수는 부가 (-) 가 되는 상황을 만들 수 없음)

(미분식: 속미분 필요)

$$\frac{d}{dx} \frac{1}{(Ax + B)} = -\frac{A}{(Ax + B)^2}$$

물음 3

투자자 을의 부는 무배당 주식 A 1주로 이루어져 있으며, 주식 A의 1년 후 가격은 아래 표와 같다. 투자자 을은 헤지를 위해 1년 후에 주식 A 1주를 선도가격 F에 매도하는 계약을 현재 체결하고자 한다. 투자자 을이 이 헤지 전략을 선호하기 위한 F의 범위를 구하시오.

시장 상황	확률	1년 후 주식 A 가격
호황	40%	10억원
불황	60%	5억원

해답 3

(헤지를 하지 않았을 경우 투자자 을의 효용 $\leq$ 헤지를 했을 경우 투자자 을의 효용)

(헤지를 하지 않았을 경우) 호황: 10억원, 불황: 5억원

$$\therefore E(u(W))_{NH} = \left(-\frac{1}{10}\right) \times 40\% + \left(-\frac{1}{5}\right) \times 60\% = -0.04 - 0.12 = -0.16$$

(헤지를 할 경우) 호황, 불황 모두 F억원

$$\therefore E(u(W))_H = -\frac{1}{F}$$

$$\therefore E(u(W))_{NH} \leq E(u(W))_H \rightarrow -0.16 \leq -\frac{1}{F}, \quad \therefore F \geq \frac{1}{0.16} = 6.25(\text{억원})$$

물음 4

투자자 갑은 전 재산 100억원을 투자안 Y와 Z 중 한 가지에 투자하고자 한다. 각 투자안의 투자기간은 1년이고 초기 투자액은 100억원이며, 내년의 시장 상황과 이에 대한 확률 그리고 투자안 Y와 Z의 현금흐름은 아래 표와 같다. 투자안 Y의 수익률은 20%이고, 투자안 Z의 기대수익률과 수익률의 표준편차는 각각 50%와 30%이다. 투자자 갑의 투자안 선택 과정과 결론, 그리고 이 선택의 합리성에 대해 세 줄 이내로 설명하시오.

시장 상황	확률	투자안 Y	투자안 Z
호황	50%	120억원	180억원
불황	50%	120억원	120억원

해답 4

투자자 갑의 효용함수를 기준으로, 투자안 Y와 Z의 효용을 비교하기 위해서는 각 투자안의 기대수익률, 분산을 알아야 한다.

$$E(R_Y) = \frac{120 - 100}{100} = 20\% \quad \sigma_Y^2 = 0 \quad (\text{확실한 120억원을 1년 뒤에 받게 되므로})$$

$$E(R_Z) = \frac{180 - 100}{100} \times 50\% + \frac{120 - 100}{100} \times 50\% = 50\% \quad \sigma_Z^2 = 0.3^2 = 0.09$$

$$(\text{투자안 Y}) \quad U_Y = E(R_Y) - 5 \times \sigma_Y^2 = 0.2 - 5 \times 0 = 0.2$$

$$(\text{투자안 Z}) \quad U_Z = E(R_Z) - 5 \times \sigma_Z^2 = 0.5 - 5 \times 0.3^2 = 0.05 \quad U_Y > U_Z \text{ 이므로 효용이 더 큰 투자안 Y를 선택한다.}$$

투자안 Y가 투자자 갑의 효용함수에 따라 결정되었으며 이는 투자자 갑의 효용극대화 관점에서는 옳은 선택이지만, 투자안 Z는 투자안 Y에 비해 60억원을 더 받을 수 있는 가능성이 있으므로 합리적 투자자라면 투자안 Z를 선택해야 한다. 다시 말해, 투자자 갑은 과도하게 위험을 회피하는 과정에서 비합리적인 의사결정을 택하였다.

문제 5 (15점) (CAPM, APT)

투자자의 투자기간은 단일기간(1년)이다. 모든 자산은 공매가 가능하며, 1단위 이하로 분할하여 거래가 가능하고 거래비용은 없다.

※ (물음 1) ~ (물음 4)는 독립적이다.

물음 1

단일요인 차익거래가격결정이론(APT)이 성립하는 경제를 가정하자. 잘 분산된 자산 X, Y, Z의 가격은 모두 10,000원이고 베타 및 기대수익률이 아래 표와 같을 때, 세 자산을 이용한 차익거래방법과 차익거래이익을 구하시오. 단, 차익거래는 자산 Z 1개를 거래단위 기준으로 하고, 차익거래이익은 1년 후 시점($t=1$)에서만 발생한다.

자산	베타	기대수익률
X	1.4	20%
Y	0.6	12%
Z	0.8	15.5%

해답 1

$$w_X + w_Y = 1$$

$$1.4w_X + 0.6w_Y = 0.8 \quad \rightarrow w_X = 0.25, w_Y = 0.75$$

$$E(R_T) = 0.25 \times 20\% + 0.75 \times 12\% = 14\% < E(R_Z) = 15.5\%$$

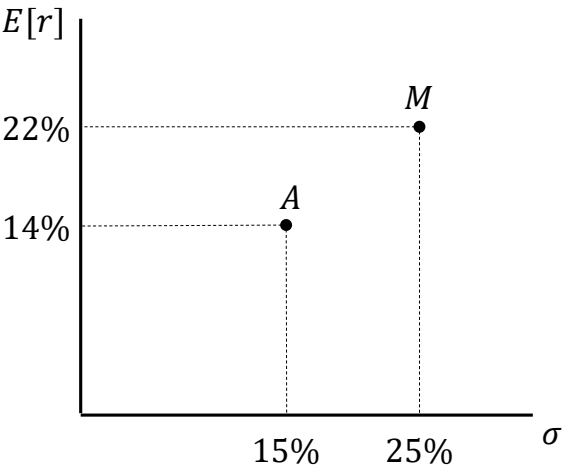
자산 Z의 수익률이 복제포트폴리오보다 높으므로, Z를 1단위 매입하고 복제포트폴리오($0.25X + 0.75Y$)를 1단위 매도한다.

→ Z 10,000원 매입, X 2,500원 매도, Y 7,500원 매도

$$\begin{aligned} \text{1년 뒤 예상 차익: } & 10,000 \times (1 + E(R_Z)) - 2,500 \times (1 + E(R_X)) - 7,500 \times (1 + E(R_Y)) \\ & = 10,000 \times 1.155 - 2,500 \times 1.2 - 7,500 \times 1.12 = 150(\text{원}) \end{aligned}$$

※ (물음 2)와 (물음 3)은 다음 정보를 활용하시오.

CAPM이 성립하는 경제를 가정하자. 수익률의 표준편차와 기대수익률 공간에 시장포트폴리오 M과 위험자산 A를 표시하면 다음 그림과 같다.



물음 2

CAPM을 위배하지 않기 위한 무위험이자율의 최소값을 구하고, 해당 이자율 하에서 위험자산 A의 베타를 구하시오.

해답 2

CAPM이 성립하기 위해서는, 위험자산 A의 수익률-위험 평면에서의 위치가 시장포트폴리오 M 과 무위험수익률 r_f 을 이은 CML 선상 또는 선 아래 있어야 한다.

$$\text{CML 식: } E[r_i] = r_f + \frac{E[r_m] - r_f}{\sigma_m} \sigma_i = r_f + \frac{22\% - r_f}{25\%} \times \sigma_i$$

위험자산 A가 CML 선상 또는 선 아래 있다는 뜻은 A의 기대수익률(14%)이 CML에서 A와 동일한 표준편차(15%)인 자산보다 낮다는 뜻이므로,

$$14\% \leq r_f + \frac{22\% - r_f}{25\%} \times 15\% = r_f + (0.22 - r_f) \times 0.6$$

$$0.4r_f + 0.132 \geq 0.14$$

$$\therefore r_f \geq \frac{0.14 - 0.132}{0.4} = 0.02$$

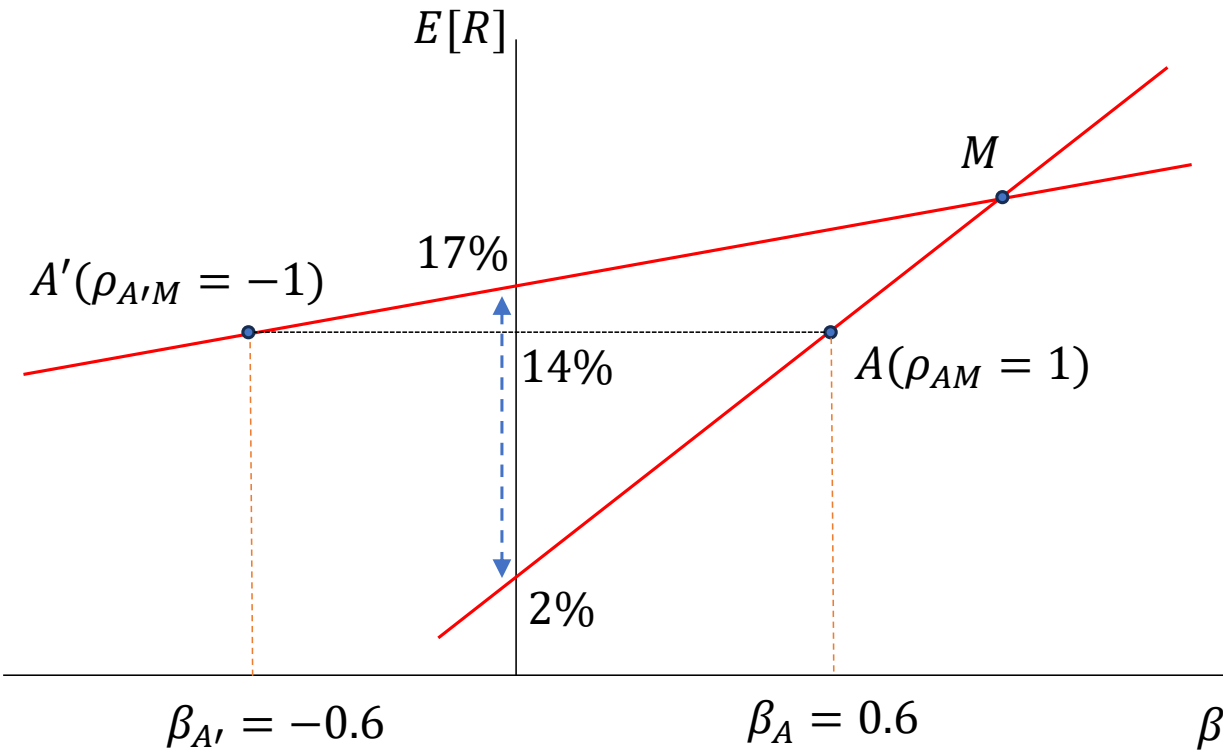
CAPM을 위배하지 않기 위해서는 무위험이자율 r_f 가 최소 2% 이상이어야 한다. (최소값: 2%)

$r_f = 2\%$ 일 때 위험자산 A는 CML선상에 있으며, 효율적 자산이므로 시장포트폴리오와의 상관계수가 1이다. ($\rho_{AM} = 1$)

$$\therefore \beta_A = \frac{\sigma_A}{\sigma_M} \times \rho_{AM} = \frac{15\%}{25\%} = 0.6$$

물음 3 CAPM을 위배하지 않기 위한 무위험이자율의 최대값을 구하고, 해당 이자율 하에서 증권시장선(SML)의 기울기를 구하시오.

해답 3



$$\rho_{AM} = 1 \rightarrow \beta_A = \frac{15\%}{25\%} \times 1 = 0.6$$

$$\rho_{AM} = -1 \rightarrow \beta_A = \frac{15\%}{25\%} \times -1 = -0.6$$

자산 A는 베타-수익률 평면에서 $-0.6 \leq \beta_A \leq 0.6$ 위치에 놓일 수 있다. 이 때, CAPM이 성립한다면 SML 선은 자산 A를 통과해야 하므로 $\beta_A = -0.6$ 일 때 무위험수익률이 최대가 될 것이다.

$\beta_A = -0.6$ 일 때 무위험수익률 :

$$14\% = R_f + (22\% - R_f) \times -0.6$$

$$1.6R_f = 27.2\%, \quad \therefore R_f = 17\%$$

이 때, SML의 기울기는 $22\% - 17\% = 0.05$ 다.

물음 4 다음과 같이 두 개의 독립적인 공통요인 F_1 과 F_2 에 대한 2요인 APT가 성립하는 경제를 가정하자.

$$r_j = \alpha_j + \beta_{j1}F_1 + \beta_{j2}F_2 + \epsilon_j$$

$$E[r_j] = 0.05 + 0.04\beta_{j1} + 0.03\beta_{j2}$$

$$Var(F_1) = 0.08, Var(F_2) = 0.04$$

요인 G 를 $xF_1 + (1-x)F_2$ 로 정의하자. 요인 G 에 대한 단일요인 APT 균형식이 성립할 때, 상수 x 와 요인 G 의 위험프리미엄을

구하시오. 즉, 임의의 자산 j 에 대해 $E[r_j] = 0.05 + \lambda\beta_j$ 가 성립할 때, 상수 x 와 상수 λ 를 구하시오. 단, $\beta_j = \frac{Cov(G, r_j)}{Var(G)}$ 이다.

해답 4 $G = xF_1 + (1-x)F_2$ 라고 정의하였으므로,

$$Var(G) = Var(xF_1 + (1-x)F_2) = x^2Var(F_1) + (1-x)^2Var(F_2) = 0.08x^2 + 0.04(1-x)^2 \quad (\because Cov(F_1, F_2) = 0)$$

$$Cov(G, r_j) = Cov(xF_1 + (1-x)F_2, \alpha_j + \beta_{j1}F_1 + \beta_{j2}F_2 + \epsilon_j)$$

$$= Cov(xF_1, \beta_{j1}F_1) + Cov((1-x)F_2, \beta_{j2}F_2) \quad (\because APT 가정에 따라 특정 변수와 ϵ_j 와의 공분산은 모두 0)$$

$$= x\beta_{j1}Var(F_1) + (1-x)\beta_{j2}Var(F_2)$$

$$= 0.08x\beta_{j1} + 0.04(1-x)\beta_{j2}$$

2요인 APT와 단일요인 APT가 일치 $\rightarrow$ 2요인 APT 기준 요인포트폴리오(특정 요인의 $\beta = 1$, 나머지 0)일 때 초과수익률 일치

해답 4 (cont.)

$$(\beta_{j1} = 1, \beta_{j2} = 0) \rightarrow 0.04 = \lambda \times \frac{0.08x}{0.08x^2 + 0.04(1-x)^2}$$

$$(\beta_{j1} = 0, \beta_{j2} = 1) \rightarrow 0.03 = \lambda \times \frac{0.04(1-x)}{0.08x^2 + 0.04(1-x)^2}$$

(아래의 식이 0이 아니므로, 위의 식에서 아래 식을 나누어도 등호는 성립한다.)

$$\frac{0.04}{0.03} = \frac{0.08x}{0.04(1-x)}$$

$$0.0016(1-x) = 0.0024x$$

$$0.004x = 0.0016, \therefore x = \frac{0.0016}{0.004} = 0.4$$

$$\rightarrow 0.04 = \lambda \times \frac{0.08 \times 0.4}{0.08 \times 0.4^2 + 0.04 \times (1-0.4)^2}, \quad \lambda = 0.04 \times \frac{0.0272}{0.032} = 0.034$$

문제 6 (15점)

(CAPM-CML, APT)

현재 채권시장에서 액면가가 100원인 무이표채 A, B, C가 거래되고 있다. 이 채권들의 만기수익률은 아래 표와 같다. 계산결과는 수익률의 경우 % 단위로 소수점 아래 셋째 자리에서 반올림하여 둘째 자리까지 표시하고, 수익률이 아닌 수치는 소수점 아래 셋째 자리에서 반올림하여 둘째 자리까지 표시한다.

채권	만기	만기수익률
A	2년	2.7%
B	3년	4.5%
C	1년	3.5%

물음 1

기대가설이 성립한다고 가정할 때, 무이표채 A의 1년 후($t=1$) 가격과 무이표채 B의 2년 후($t=2$) 가격을 구하시오. 단, 미래 현물이자율은 기댓값으로 실현된다.

해답 1

기대가설이 성립하므로,

$$1. (1 + {}_0R_2)^2 = (1 + {}_0R_1)(1 + {}_1f_2)$$

$$(1 + 0.027)^2 = (1 + 0.035)(1 + {}_1f_2)$$

$$\therefore {}_1f_2 = \frac{1.027^2}{1.035} - 1 = 1.91\%$$

$$\text{무이표채 A의 1년 뒤 가격은, } \frac{100}{1 + {}_1f_2} = \frac{100}{1 + 1.91\%} = 98.13(\text{원})$$

$$2. (1 + {}_0R_3)^3 = (1 + {}_0R_2)^2(1 + {}_2f_3)$$

$$(1 + 0.045)^3 = (1 + 0.027)^2(1 + {}_2f_3)$$

$$\therefore {}_2f_3 = \frac{1.045^3}{1.027^2} - 1 = 8.20\%$$

$$\text{무이표채 B의 2년 뒤 가격은, } \frac{100}{1 + {}_2f_3} = \frac{100}{1 + 8.20\%} = 92.42(\text{원})$$

물음 2

액면가가 100원이고, 만기가 3년인 이표채 D가 있다. 채권 D는 5%의 액면이자를 매년 말에 지급한다. 채권 A, B, C의 수익률곡선 하에서 채권 D의 현재 시점($t=0$) 기준 듀레이션과 수정듀레이션을 구하시오.

해답 2

채권 D는 채권 A, B, C를 합성한 것이므로, D의 가격은 채권 A, B, C를 이용해서 구할 수 있으며 듀레이션과 수정듀레이션 또한 A, B, C의 듀레이션/수정듀레이션의 (가격)가중평균과 동일하다.

	A(2y)	B(3y)	C(1y)
$t=0$ 시점의 가격(원)	$\frac{100}{1.027^2} = 94.81$	$\frac{100}{1.045^3} = 87.63$	$\frac{100}{1.035} = 96.62$
듀레이션(년)	2	3	1
수정듀레이션	$\frac{2}{1.027} = 1.94$	$\frac{3}{1.045} = 2.87$	$\frac{1}{1.035} = 0.97$

$$D = \frac{5}{100}C + \frac{5}{100}A + \frac{105}{100}B \quad \text{이므로 (D 채권은 이표채로, 무이표채 C, A, B 로 복제)}$$

$$P_0(D) = 0.05 \times 96.62 + 0.05 \times 94.81 + 1.05 \times 87.63 = 101.58(\text{원})$$

$$Dur(D) = \frac{0.05 \times 96.62}{101.58} \times 1 + \frac{0.05 \times 94.81}{101.58} \times 2 + \frac{1.05 \times 87.63}{101.58} \times 3 = 2.86(\text{년})$$

$$MD(D) = \frac{0.05 \times 96.62}{101.58} \times 0.97 + \frac{0.05 \times 94.81}{101.58} \times 1.94 + \frac{1.05 \times 87.63}{101.58} \times 2.87 = 2.74$$

물음 3

현재 시점($t=0$) 기준 모든 만기 현물이자율이 2%p 상승할 때, 볼록성(convexity)을 이용하여 (물음 2)의 채권 D의 가격변화액을 구하시오.

해답 3

채권 D는 채권 A, B, C를 합성한 것이므로, D의 볼록성 또한 채권 A, B, C의 (가격)가중평균으로 구할 수 있다.

무이표채의 볼록성 = $\frac{n(n+1)}{(1+R)^2}$, (n = 만기)

	A(2y)	B(3y)	C(1y)
볼록성	$\frac{2 \times 3}{1.027^2} = 5.69$	$\frac{3 \times 4}{1.045^2} = 10.99$	$\frac{1 \times 2}{1.035^2} = 1.87$

(물음 2)와 같은 방식으로 볼록성을 구하면

$$C(D) = \frac{0.05 \times 96.62}{101.58} \times 1.87 + \frac{0.05 \times 94.81}{101.58} \times 5.69 + \frac{1.05 \times 87.63}{101.58} \times 10.99 = 10.31$$

$$\begin{aligned} \therefore \Delta B &= -MD(D) \times P_0(D) \times \Delta R + \frac{1}{2} \times C(D) \times P_0(D) \times (\Delta R)^2 \\ &= -2.74 \times 101.58 \times 0.02 + \frac{1}{2} \times 10.31 \times 101.58 \times 0.02^2 = -5.36(\text{원}) \end{aligned}$$

물음 4

액면가가 100원이고, 5%의 액면이자를 매년 말에 지급하는 영구채 E의 현재 시점($t=0$) 기준 만기수익률, 듀레이션, 수정듀레이션을 구하시오. 단, 채권 E는 채권 B와 동일한 균형가격을 가진다.

해답 4

채권 B의 가격은 94.81원이며, 채권 E는 해당 가격과 동일한 가격을 가지므로 이를 이용해서 YTM(만기수익률)을 구한다.

$$87.63 = \frac{100 \times 5\%}{YTM}, \quad YTM = \frac{5}{87.63} = 5.71\%$$

영구채의 듀레이션은 $\frac{1}{R} + 1$ 이므로, 채권 E의 듀레이션: $\frac{1}{0.0571} + 1 = 18.51$

영구채의 수정듀레이션은 $\frac{1}{R}$ 이므로, 채권 E의 수정듀레이션: $\frac{1}{0.0571} = 17.51$

문제 7 (10점) (파생상품)

현재 K200 지수 선물가격은 200이고, 지수 선물 승수는 25원이다. 추가적으로 아래와 같은 정보가 주어져 있다. 계산결과는 소수점 아래 셋째 자리에서 반올림하여 둘째 자리까지 표시한다.

- (1) 무위험이자율은 연복리 연 6%이다.
- (2) 지수 선물옵션의 행사 단위는 지수 선물 1계약이다.
- (3) K200 지수의 연간 배당수익률은 0%이다.
- (4) K200 지수 선물의 만기는 1년이다.
- (5) 선물은 선도와 동일하게 만기 시점에 정산된다.

물음 1

(주)마바는 베타가 0.7이고, 1,000만원의 가치를 가지는 잘 분산된 주식 포트폴리오 A를 보유하고 있다. (주)마바가 현재 시점 기준 K200 지수 선물을 이용하여 포트폴리오 A의 위험을 완벽하게 헤지하고자 한다면, 지수 선물을 어떻게 이용해야 할지 설명하시오. 또한, 포트폴리오 A와 지수 선물로 구성된 포트폴리오의 베타를 0.2로 만들고자 한다면, 지수 선물을 어떻게 이용해야 할지 설명하시오.

해답 1

선물은 총액 기준으로 헤지를 한다.

주식 포트폴리오의 베타가 0.7이므로, K200 지수 투자자가 헤지할 경우 필요한 선물 수량의 0.7배를 보유하면 된다.

$$\text{K200 지수 보유자의 지수선물 수량: } N = -\frac{V_s}{V_f} = \frac{10,000,000}{200 \times 25} = -2,000$$

$\therefore -2,000 \times 0.7 = -1,400$, 지수선물 1,400단위를 매도한다.

$$\text{비슷하게, 베타를 0.7에서 0.2로 조정하기 위해서는, } (\beta_T - \beta_0) \times \left(\frac{V_s}{V_f}\right) = (0.2 - 0.7) \times 2,000 = -1,000$$

지수선물 1,000단위를 매도한다.

물음 2

만기가 1년인 등가격(at-the-money) 유럽형 K200 지수 선물 콜옵션과 풋옵션의 가격이 각각 950원, 1,000원이라면, 지수 선물 콜옵션, 지수 선물 풋옵션, 지수 선물을 이용한 차익거래방법을 설명하고 차익거래이익을 구하시오. 단, 차익거래는 지수 선물 1계약을 거래단위 기준으로 하고 현재 시점을 제외한 다른 시점의 순현금흐름은 0이 되도록 구성한다.

해답 2

오늘의 지수선물을 콜과 풋으로 만들 수 있다는 사실을 이용해서, 균형식을 만든다.

(오늘 등가격(행사가격=선물가격)인 콜을 매입하고 풋을 매도 하면 선물 매입과 같은 포지션이 된다.)

$(C_0 - P_0) = f_0 \rightarrow 950 - 1,000 = -50 < 0$ 이므로 콜을 매입하고 풋을 매도한 뒤, 선물을 매도한다.

포지션	t=0	t=1 ($F_T = S_T$), 승수(25) 반영 필요	
		$F_T \leq 200$	$F_T > 200$
선물 매도(1단위)	0	$-(F_T - 200) \times 25$ $= 5,000 - S_T$	$-(F_T - 200) \times 25$ $= 5,000 - S_T$
콜 매입(1단위)	-950	0	$(F_T - 200) \times 25$ $= S_T - 5,000$
풋 매도(1단위)	+1,000	$-(200 - F_T) \times 25$ $= S_T - 5,000$	0
만기손익	50	0	0

선물 콜옵션 1단위를 매입, 선물 풋옵션 1단위를 매도, 선물 1단위를 매도하면 오늘 50원의 차익거래이익이 발생한다.

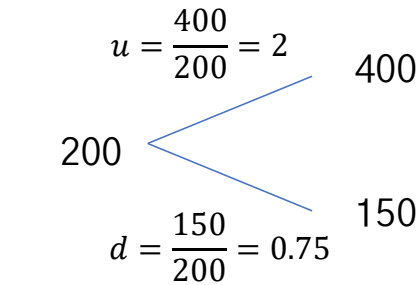
※ (물음 3)과 (물음 4)는 (물음 1) 및 (물음 2)와는 독립적으로, 다음 정보를 활용하시오.

현재 시점으로부터 만기가 1년 남은 K200 지수 선물 가격의 만기시점 가격은 아래 표와 같다.

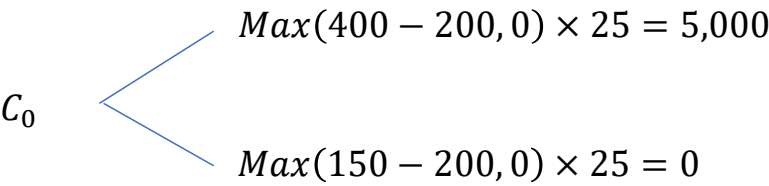
시장 상황	K200 지수 선물가격
호황	400
불황	150

물음 3 현재 시점 기준, 만기가 1년인 등가격 유럽형 K200 지수 선물 콜옵션의 균형가격을 위험중립가치평가법으로 구하시오.

해답 3 (선물의 이항과정) (선물 콜옵션의 이항과정. 승수(25) 반영 필요)



$$p = \frac{1 - d}{u - d} = \frac{1 - 0.75}{2 - 0.75} = 0.2$$



$$\therefore C_0 = \frac{5,000 \times 0.2 + 0 \times 0.8}{1.06} = 943.40$$

물음 4

현재 지수 선물가격 및 1년 후 지수 선물가격 정보가 동일한 상태에서 K200 지수의 연간 배당수익률이 연 7%로 증가하였다. (물음 3)의 결과와 비교 시 위험중립가치평가법으로 평가한 만기가 1년인 등가격 유럽형 K200 지수 선물 콜옵션의 균형가격이 어떻게 변화하는지 명시하고, 그 이유를 세 줄 이내로 설명하시오.

해답 4

변화하지 않는다. 그 이유는, 현재 지수의 선물가격과 1년 뒤 지수 선물가격 정보가 동일하다면 위험중립확률은 변하지 않으며, 선물가격 정보 및 위험중립확률이 변하지 않을 경우 위험중립접근법으로 산출한 옵션의 가격은 변하지 않기 때문이다. 오늘의 기초자산 가격이 변하거나, 1년 후 기초자산의 예상 가격이 변해야 옵션 가격에 변화가 발생한다.